

УДК 621.874

Швачунов А. С., Дорохов Н. Ю., Периг А. В., Стадник А. Н.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ГРУЗА ПОСЛЕ ОБРЫВА ОДНОЙ ИЗ ВЕТВЕЙ КАНАТА КРАНА МОСТОВОГО ТИПА ДЛЯ ДАУ-СИСТЕМЫ**

В цехах и на производственных площадках машиностроительных предприятий при эксплуатации мостовых кранов, на протяжении ряда лет, происходят аварии по причине выхода из строя (разрушения) элементов 1-й группы, к которым относятся стальные подъемные канаты [1]. Аварии мостовых кранов из-за отказов подъемных канатов приводят к значительным социальным ущербам. В связи с этим возникает необходимость усовершенствования механизмов подъема кранов мостового типа. Несмотря на то, что вопросам безопасности эксплуатации мостовых кранов постоянно уделяется большое внимание, в частности, нормативными документами по промышленной безопасности предусмотрены периодический осмотр и дефектоскопия подъемных канатов, остаётся ряд нерешённых проблем. Так, например, нет достаточного теоретического обоснования частоты проведения обследования канатов, ряд дефектов канатов, способных вызвать разрушение, не выявляются в начальный период эксплуатации канатов, практически отсутствуют методы прогнозирования влияния качества канатов на безопасность эксплуатации мостовых кранов. Состояние развития подъемно-транспортного оборудования с наличием подвижных тросовых систем требует дальнейшего совершенствования математических моделей, описывающих динамику как рабочих, так и экстремальных режимов работы в условиях частичного обрыва тросового соединения. Данные задачи возникают на производстве при обрыве одной из ветвей каната, срабатывании уравнительного тормозного барабана и последующих колебаниях груза, висящего на оставшейся целой ветви каната. Решение указанных задач приводит к необходимости детерминированного динамического анализа движения груза, прикрепленного к  $N$  – звенному математическому маятнику в вертикальной плоскости с нахождением собственных частот относительных колебаний. Расчетный анализ механической системы «материальная точка – удерживающие двусторонние голономные связи» позволяет получить инженерное приближенное решение задачи для натянутой тросовой системы.

В мире существуют и разрабатываются различные системы, функционирование которых направлено на повышение безопасности эксплуатации кранов мостового типа. Задачи снижения раскачивания груза при обрыве каната также проанализированы в работах Семенюк В. Ф. и др. [1], Стукаленко А. М. и др. [2], Слободяник В. А. [3]. В исследовании Ловейкина В. С. и др. [4, 5] приведена функция Лагранжа и проанализированы уравнения движения груза на канате крана. Вместе с тем необходимо отметить, что в известных исследованиях уделяется недостаточно внимания динамическому описанию режимов обрыва тросовых систем в рамках постановки и решения дифференциально-алгебраических уравнений (ДАУ), что и обуславливает актуальность данной работы, посвященной динамическому анализу относительных колебаний двухзвенного математического маятника.

Целью работы является установление влияния затухания на относительные колебания гибких натянутых звеньев двухзвенного маятника в вертикальной плоскости.

Математическая модель. Расчетная схема обрыва одной ветви каната показана на рис. 1, где AD, DE и BE являются моделями натянутых невесомых тросовых звеньев, причем  $BE = l_1$  и  $DE = l_2$ ; а точечные массы тел составляют  $m_E = m_1$  и  $m_D = m_2$ .

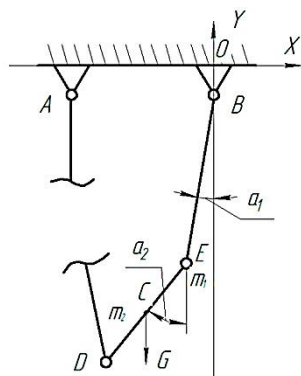


Рис. 1. Модель процесса обрыва каната

В точках подвеса трение отсутствует. Для построения нелинейной математической ДАУ-модели воспользуемся уравнениями Лагранжа II рода [6]. В нашем случае в качестве обобщенных координат  $q_i$  и обобщенных скоростей  $dq_i/dt$  примем относительные углы отклонения натянутых нитей маятника  $\alpha_1; \alpha_2$  (рис. 4) и относительные угловые скорости звеньев  $d\alpha_1/dt; d\alpha_2/dt$  (рис. 1–3).

Введем декартову систему координат  $Oxy$ , начало которой совпадает с точкой подвеса троса  $BE$ . Координаты колеблющихся масс определяются следующими соотношениями для голономных геометрических удерживающих связей в данной задаче:

$$x_1 = l_1 \sin \alpha_1; \quad x_2 = l_1 \sin \alpha_1 + l_2 \sin \alpha_2; \quad (1)$$

$$y_1 = -l_1 \cos \alpha_1; \quad y_2 = -l_1 \cos \alpha_1 - l_2 \cos \alpha_2; \quad (2)$$

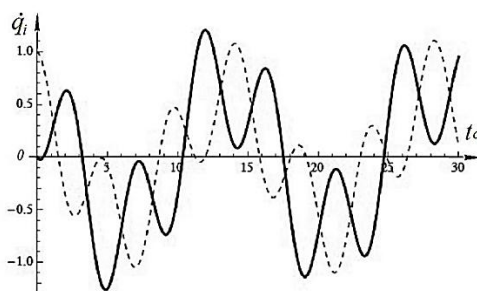


Рис. 2. Характер изменения относительных угловых скоростей  $da_1/dt$  (—);  $da_2/dt$  (---) звеньев системы без демпфирования

Кинетическая  $T$  и потенциальная  $V$  энергии маятников выражаются формулами:

$$T = \frac{m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2)}{2} + \frac{m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)}{2}; \quad (3)$$

$$V = m_1gy_1 + m_2gy_2. \quad (4)$$

Тогда лагранжиан записывается в виде:

$$L = T - V = T_1 + T_2 - (V_1 + V_2);$$

$$L = \frac{m_1}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{m_2}{2}(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) - m_1gy_1 - m_2gy_2. \quad (5)$$

Следовательно, первое уравнение Лагранжа (ОДУ I) записывается как:

$$\frac{d}{dt}[(m_1 + m_2)l_1^2 \dot{\alpha}_1 + m_2l_1l_2 \dot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] + m_2l_1l_2 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2)gl \sin \alpha_1 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2)l_1^2 \ddot{\alpha}_1 + m_2l_1l_2 \ddot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2l_1l_2 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2)gl \sin \alpha_1 = 0. \quad (6)$$

Сокращая на  $l_1 \neq 0$ , записываем ОДУ I как:

$$(m_1 + m_2)l_1\ddot{\alpha}_1 + m_2l_2\ddot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2l_2\dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2)g \sin \alpha_1 = 0. \quad (7)$$

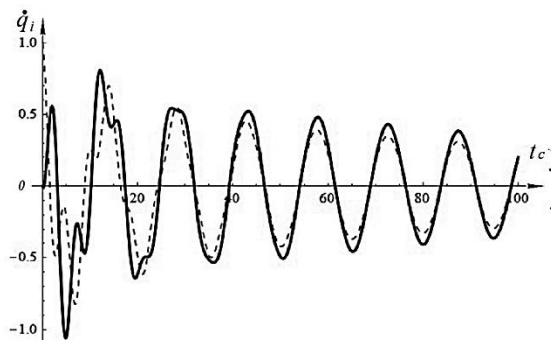


Рис. 3. Затухающие колебания относительных угловых скоростей  $d\alpha_1/dt$  (—);  $d\alpha_2/dt$  (---) звеньев системы при наличии демпфирования

Аналогично выведем второе дифференциальное уравнение (ОДУ II):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [m_2l_2^2\dot{\alpha}_2 + m_2l_1l_2\dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] - m_2l_1l_2\dot{\alpha}_1\dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2gl_2 \sin \alpha_2 &= 0; \\ \Rightarrow m_2l_2^2\ddot{\alpha}_2 + m_2l_1l_2\ddot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - m_2l_1l_2\dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2gl_2 \sin \alpha_2 &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

После сокращения на  $m_2l_1 \neq 0$  уравнение (ОДУ II) принимает такой вид (рис. 5):

$$l_2^2\ddot{\alpha}_2 + l_1\dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - l_1\dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + g \sin \alpha_2 = 0. \quad (9)$$

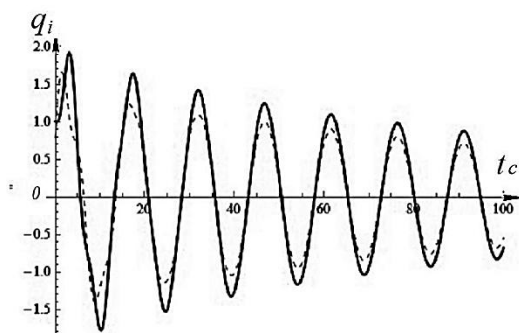


Рис. 4. Затухающие колебания относительных углов раскачивания  $\alpha_1$  (—);  $\alpha_2$  (---) звеньев при наличии демпфирования

Таким образом, для относительного движения звеньев  $BE$  и  $ED$  двухзвенного математического маятника (рис. 1) имеет место следующая задача Коши, приводящая к необходимости численного интегрирования ДАУ системы (1)-(2), (7) и (9):

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)l_1^2\ddot{\alpha}_1 + m_2l_1l_2\ddot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_2l_1l_2\dot{\alpha}_2^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (m_1 + m_2)gl_1 \sin \alpha_1 = 0; \\ l_2^2\ddot{\alpha}_2 + l_1\dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - l_1\dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + g \sin \alpha_2 = 0; \\ \alpha_1(0) = \frac{\pi}{4}; \alpha_2(0) = 1; \\ \dot{\alpha}_1(0) = 1; \dot{\alpha}_2(0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

На рис. 2-5 приведены графики малых колебаний подвески после обрыва одной ветви каната для ДАУ системы (10), (1) в случае следующих численных значений параметров системы:  $l_1 = 1,2$  м,  $l_2 = 0,25$  м,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>,  $m_1 = 0,1$  кг,  $m_2 = 10$  кг. Из рис. 2 видно, что в системе

происходят биения относительных угловых скоростей звеньев маятника, при которых энергия циклически переходит от одного звена к другому при отсутствии демпфирования. Когда одно звено почти останавливается, другой раскачивается с максимальной амплитудой.

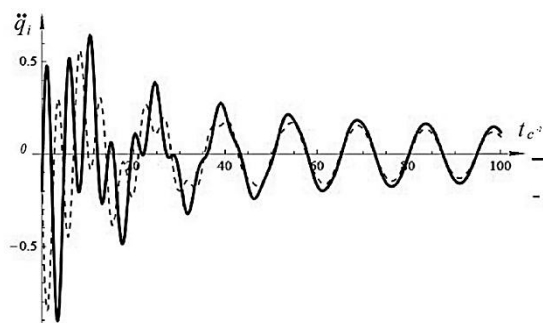


Рис. 5. Затухающие колебания относительных угловых ускорений  $d^2\alpha_1/dt^2$  (—);  $d^2\alpha_2/dt^2$  (---) звеньев системы при наличии демпфирования

### ВЫВОДЫ

Таким образом, применение данной методики расчета позволяет повысить точность определения динамических нагрузок, действующих на мостовой кран после обрыва каната в процессе подъема груза с основания «с подхватом». А также использовать их при проведении исследований как с целью повышения безопасности работы находящихся в эксплуатации мостовых кранов, так и с целью снижения металлоемкости вновь разрабатываемых их конструкций. Результаты аналитического исследования и проведенного физического моделирования обнаружили удовлетворительное согласование, как по частотам, так и за амплитудами колебаний.

В данной работе построена и численно проанализирована нелинейная математическая модель двухзвенного математического маятника колеблющегося в вертикальной плоскости под действием сил тяжести. Рассматриваемая задача динамики поставлена как задача Коши для ДАУ-системы как при отсутствии демпфирования, так и с учетом затухания. Установлены фазовые портреты и временные диаграммы для характера изменения кинематических параметров системы в предположении наличия удерживающих голономных связей. К перспективам дальнейших исследований в данном направлении относятся: 1) увеличение числа звеньев маятника; 2) учет подвижности точки В закрепления (рис. 1); 3) учет веса реальной тросовой системы BE – ED – DA; 4) учет влияния переменной и постоянной ветровой нагрузки на характер относительных колебаний звеньев маятника.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенюк В. Ф. Определение динамических нагрузок в мостовом кране при обрыве каната / В. Ф. Семенюк, М. И. Стукаленко, А. М. Стукаленко // Труды Одесского политехнического университета – Одесса. – 1997. – Вып. 1. – С. 94–97.
2. Стукаленко М. И. Повышение надежности удержания груза при обрыве каната в мостовом кране / М. И. Стукаленко // Безопасность труда в промышленности. – 2009. – № 5. – С. 21–25.
3. Слободяник В. А. Повышение грузоподъемности и надежности эксплуатации (при продлении срока службы) кранов с преднапряженной металлоконструкцией / В. А. Слободяник // Сборник трудов научно-практической конференции «Проблемы производства и безопасной эксплуатации подъемных сооружений в Украине и России. – Одесса – 2002. – С. 248–250.
4. Ловейкин В. С. Динамическая оптимизация подъемных машин / В. С. Ловейкин, А. П. Нестеров – Луганск : Издательство СНУ, 2002. – С. 368.
5. Ловейкин В. С. Комплексний синтез оптимального керування рухом вантажопідйомного крана / В. С. Ловейкін, Ю. О. Ромасевич // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: український міжвідомчий науково-технічний збірник – НУ «Львівська політехніка», відп. ред. З. А. Стоцько. – Львів : вид-во Львівської політехніки, 2011. – Вып. 45. – С. 385–399.
6. Шамолин М. В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения / М. В. Шамолин // Фундаментальная и прикладная математика. – 2008. – Т. 14. – Вып. 3. – С. 3–237.